Estratto dal *Bollettino della Unione Matematica Italiana*
Serie III, Anno III - 1948

O. CHISINI E C. F. MANARA

Sulla caratterizzazione delle curve di diramazione dei piani tripli

NICOLA ZANICHELLI EDITORE
BOLOGNA

Bologna - Cooperativa Tipografica Azzoguidi 1948

Sunto. - *Si enuncia una caratterizzazione delle curve di diramazione di una classe di piani tripli più ampia di altra già trattata.*

Gli autori estendono ai piani tripli la cui curva di diramazione sia costituita *per intero* dal discriminante di un'equazione cubica

$$az^3 + 3bz^2 + 3cz + d = 0 \tag{1}$$

(dove i coefficienti a, b, c, d sono polinomi in x, y i cui gradi devono essere in progressione aritmetica) una caratterizzazione già sviluppata [1] in un caso meno generale; e precisamente:

Si riconosce anzitutto il fatto ovvio che la curva di diramazione φ di un piano siffatto soddisfa alle seguenti condizioni:

1° - Detto m l'ordine di φ e k il numero delle sue cuspidi esiste un intero (positivo o nullo) h tale che sussiste la relazione

$$3m^2 - 16k = 12h^2 \quad [2].$$

2° - Il gruppo K delle cuspidi di φ è contenuto nella serie completa di tutti i gruppi secati su φ stessa dalle curve di ordine $(m - 2h)/4$; ossia esiste un gruppo di punti T tale che

$$K + T \equiv \frac{m - 2h}{4} R$$

(dove R rappresenta un gruppo di punti allineati di φ).

3° - Esiste almeno un gruppo effettivo T', non avente alcun punto in comune con T ed equivalente a $T + hR$.

Si dimostra poi che

TEOREMA 1° - Le condizioni suddette sono caratteristiche per la curva φ;

TEOREMA 2° - Tutti i piani tripli aventi una siffatta curva di diramazione sono birazionalmente identici.

(1) O. CHISINI e C. F. MANARA, *Sulla caratterizzazione delle curve di diramazione dei piani tripli.* « Annali di Mat. ». Serie IV, tomo XXV.

(2) Come si verifica facilmente, gli ordini dei polinomi a, b, c, d, che compaiono nella (1) espressi in funzione di m ed h risultano essere rispettivamente $(m - 6h)/4$, $(m - 2h)/4$, $(m + 2h)/4$, $(m + 6h)/4$.

Si dà qui un cenno della trattazione che verrà pubblicata per disteso negli « Annali di Matematica ».

La dimostrazione del Teorema 1° viene ottenuta in due tempi fondamentali: anzitutto viene acquisita l'esistenza di una curva d di ordine $(m+6h)/4$ pluritangente alla φ nei punti del gruppo T' (o di un gruppo ad esso equivalente). Per dimostrare questo punto fondamentale non v'è che ripetere, con lievi ed ovvie modificazioni, i ragionamenti svolti dalla prof. G. MASOTTI BIGGIOGERO in una sua recente ricerca [3] per dimostrare lo stesso fatto per le curve di diramazione dei piani tripli del « caso semplice ».

In un secondo tempo si dimostra l'esistenza di due curve $p'=0$ e $q'=0$ tali che la $d^2\varphi$ si possa scrivere nella forma

$$d^2\varphi = 4\,|\,p'\,|^3 + |\,q'\,|^2 = 0$$

e ciò si ottiene utilizzando risultati di recente ottenuti da C. F. MANARA [4] per la caratterizzazione delle curve che si possono rappresentare nella forma $p^3 + q^2 = 0$.

Assodati questi due fatti fondamentali, la dimostrazione del teorema segue subito provando che la curva d non ha alcuna parte comune contemporaneamente con la $p'=0$ e $q'=0$.

Acquisita così l'esistenza di (almeno) un piano triplo diramato dalla φ che soddisfa alle ipotesi del Teorema 1°, il Teorema 2° viene dimostrato sostanzialmente facendo vedere che, nelle ipotesi poste, la curva φ può farsi tendere ad una forma limite costituita da due parti doppie. Il che basta perchè alla φ si possa applicare un noto teorema del CHISINI [5].

(3) G. MASOTTI BIGGIOGERO, *La caratterizzazione della curva di diramazione dei piani tripli ottenuta mediante sistemi di curve pluritangenti.* « Rend. Ist. Lomb. ». Vol. LXXX.

(4) C. F. MANARA, *Per la caratterizzazione delle curve di diramazione dei piani tripli.* « Boll. U. M. I. », (1947).

(5) O. CHISINI: *Sulla identità birazionale delle funzioni algebriche di due variabili dotate di una medesima curva di diramazione.* « Rend. Ist. Lomb. ». Vol. LXXVII.